

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
1	a	Tần số dao động riêng	4,00
		Đặt lực P tại vị trí khối lượng M theo phương đứng để xác định phản lực X và vẽ biểu đồ mômen (M_p)	
		(Hệ cơ bản 0,25đ; biểu đồ mômen (\bar{M}_1) 0,50đ; biểu đồ mômen (M_p^0) 0,50đ)	
		Phương trình chính tắc: $\delta_{11}^* \times X_1 + \Delta_{1P}^* = 0$	0,25
		$\delta_{11}^* = \frac{2L \times 2L \times 2L}{EI} + \frac{2L \times 2L \times 2L}{3 \times 2EI} = \frac{28L^3}{3EI}$	0,25
		$\Delta_{1P}^* = -\frac{2L \times 2L \times 2PL}{2EI} = -\frac{4PL^3}{EI}$	0,25
		$\Rightarrow X_1 = -\frac{\Delta_{1P}^*}{\delta_{11}^*} = \frac{3P}{7}$	0,25
		Vẽ biểu đồ mômen (M_p) = (\bar{M}_1) \times X ₁ + (M_p^0)	
Xem lực P = 1 để xác định chuyển vị đơn vị.	0,50		

	$\delta_{11} = \frac{(M_p) \times (M_p)}{EI} = \frac{6L}{7} \times \frac{6L}{7} \times \frac{2L}{2} \times \frac{1}{3EI}$ $+ \frac{2L}{6EI} \left[2 \left(\frac{8L}{7} \times \frac{8L}{7} + \frac{6L}{7} \times \frac{6L}{7} \right) - 2 \times \frac{8L}{7} \times \frac{6L}{7} \right] = \frac{20L^3}{21EI}$ <p>(Hoặc tạo trạng thái “k” vẽ biểu đồ mômen (\overline{M}_k), sau đó nhân hai biểu đồ (\overline{M}_k) với (M_p) để tìm δ_{11})</p>	
	$\omega = \sqrt{\frac{g}{Q \times \delta_{11}}} = \sqrt{\frac{g}{Q} \times \frac{21EI}{20L^3}}$	0,25
	$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{981}{38} \times \frac{21 \times 2,1 \times 10^4 \times 3800}{20 \times (160)^3}} = 22,9805 \text{ s}^{-1}$	0,50
b	Chu kỳ dao động	0,50
	$T = \frac{2\pi}{\omega}$	0,25
	$T = \frac{2\pi}{22,9805} = 0,2734 \text{ s}$	0,25
c	Tần số kỹ thuật	0,50
	$n = \frac{60}{T}$	0,25
	$n = \frac{60}{0,2734} = 219,4587 \text{ 1/phút}$	0,25
Tổng điểm câu 1		5,00

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
2		<p>Ma trận mềm, ma trận khối lượng</p> <p>Đặt lực đơn vị $P = 1$ tại vị trí khối lượng theo phương 1 và phương 2, vẽ biểu đồ mômen (\overline{M}_1), (\overline{M}_2)</p>	1,75
	a		0,50
		$\delta_{11} = \frac{(\overline{M}_1) \times (\overline{M}_1)}{EI} = 2 \times \left(\frac{3L \times 3L \times 3L}{3EI} \right) = \frac{18L^3}{EI}$	0,25
		$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{(\overline{M}_1) \times (\overline{M}_2)}{EI} = -\frac{3L \times 3L}{3EI} \times \frac{3L}{2} = -\frac{9L^3}{2EI}$	0,25
		$\delta_{22} = \frac{(\overline{M}_2) \times (\overline{M}_2)}{EI} = \frac{3L}{2} \times \frac{3L}{2} \times \frac{3L}{3EI} + \frac{3L}{2} \times \frac{3L}{2} \times \frac{3L}{2 \times 3EI} = \frac{27L^3}{8EI}$	0,25
		<p>Ma trận mềm:</p> $[F] = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} = \frac{L^3}{8EI} \begin{bmatrix} 144 & -36 \\ -36 & 27 \end{bmatrix}$	0,25
		<p>Ma trận khối lượng:</p> <p>+ Σm_i theo phương 1: $m_1 = 4M$</p> <p>+ Σm_i theo phương 2: $m_2 = 2M$</p> $[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$	0,25
	b	<p>Tần số dao động riêng</p>	2,25
		<p>Phương trình tần số viết dưới dạng ma trận:</p>	0,25

	$\left[[F][M] - \frac{1}{\omega^2} [E] \right] = 0 \quad \text{Đặt } A = [F][M] - \frac{1}{\omega^2} [E] \quad (*)$	
	$\Rightarrow A = \frac{ML^3}{8EI} \begin{bmatrix} 144 & -36 \\ -36 & 27 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - \frac{1}{\omega^2} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	0,25
	$\Leftrightarrow A = \frac{ML^3}{8EI} \times \begin{bmatrix} 576 - u & -72 \\ -144 & 54 - u \end{bmatrix} \quad \text{với } u = \frac{1}{\omega^2} \times \frac{8EI}{ML^3} \quad (**)$	
	$(*) \Leftrightarrow A = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 576 - u & -72 \\ -144 & 54 - u \end{bmatrix} = 0$ Khai triển định thức thu được phương trình: $u^2 - 630u + 20736 = 0$	0,50
	Giải phương trình, ta được: $u_1 = 595,1589 \quad \text{và} \quad u_2 = 34,8411$	0,25
	$(**) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{u_i} \times \frac{8EI}{ML^3}}$	0,25
	$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{u_1} \times \frac{8EI}{ML^3}} = \sqrt{\frac{1}{595,1589} \times \frac{8 \times 20}{0,045}} = 2,4442 \text{ s}^{-1}$	0,25
	$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{u_2} \times \frac{8EI}{ML^3}} = \sqrt{\frac{1}{34,8411} \times \frac{8 \times 20}{0,045}} = 10,1020 \text{ s}^{-1}$	0,25
	Tần số dao động riêng (sắp xếp tăng dần theo ω): $\omega = \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2,4442 \\ 10,1020 \end{Bmatrix} \text{ s}^{-1}$	0,25
c	Ma trận dạng dao động riêng	1,00
	Xác định dạng dao động riêng: $\{\varphi_i^*\} = -[B_{11}]^{(i)-1} \{B_1\}^{(i)} = -\frac{-144}{54 - u_i} \quad (***)$	0,25
	Chọn chuyển vị tại vị trí theo phương 1 bằng 1, nghĩa là $\varphi_{11} = 1$ và $\varphi_{12} = 1$	0,25
	Với $u_1 = 595,1589$ và $u_2 = 34,8411$ thay vào (***) $\Rightarrow \begin{cases} \varphi_{21} = -0,2661 \\ \varphi_{22} = 7,5161 \end{cases}$	0,25
	Ma trận các dạng dao động riêng: $[\varphi] = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -0,2661 & 7,5161 \end{bmatrix}$	0,25
Tổng điểm câu 2		5,00